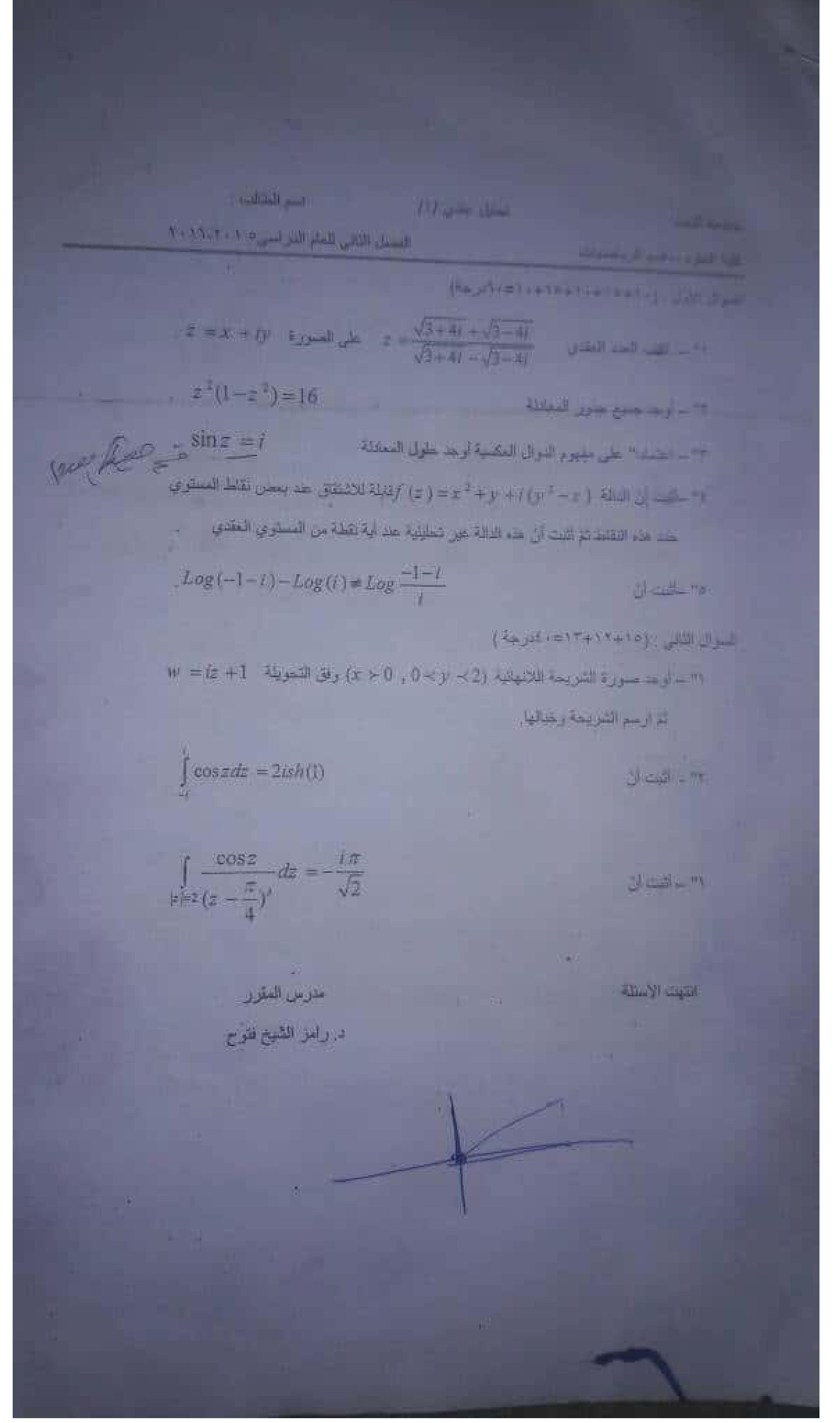


جامعة البعث — تحليل عقدي (1) — اسم الطالب:

كلية العلوم - قسم الرياضيات — الفصل الثاني للعام الدراسي ٢٠١٥-٢٠١٦

السؤال الأول: ([illegible] = ٦٠ درجة)

١- اكتب العدد العقدي $z = \frac{\sqrt{3+4i} + \sqrt{3-4i}}{\sqrt{3+4i} - \sqrt{3-4i}}$ على الصورة $z = x + iy$

٢- أوجد جميع جذور المعادلة $z^2(1-z^2) = 16$

٣- اعتماداً على مفهوم الدوال العكسية أوجد حلول المعادلة $\sin z = i$

٤- تحقق أن الدالة $f(z) = x^2 + y + i(y^2 - x)$ قابلة للاشتقاق عند بعض نقاط المستوي حدد هذه النقاط ثم اثبت أن هذه الدالة غير تحليلية عند أية نقطة من المستوي العقدي

٥- تحقق أن $Log(-1-i) - Log(i) \neq Log\frac{-1-i}{i}$

السؤال الثاني: (١٥+١٢+١٣=٤٠ درجة)

١- أوجد صورة الشريحة اللانهائية $(x > 0 \ , 0 < y < 2)$ وفق التحويلة $w = iz + 1$ ثم ارسم الشريحة وخيالها.

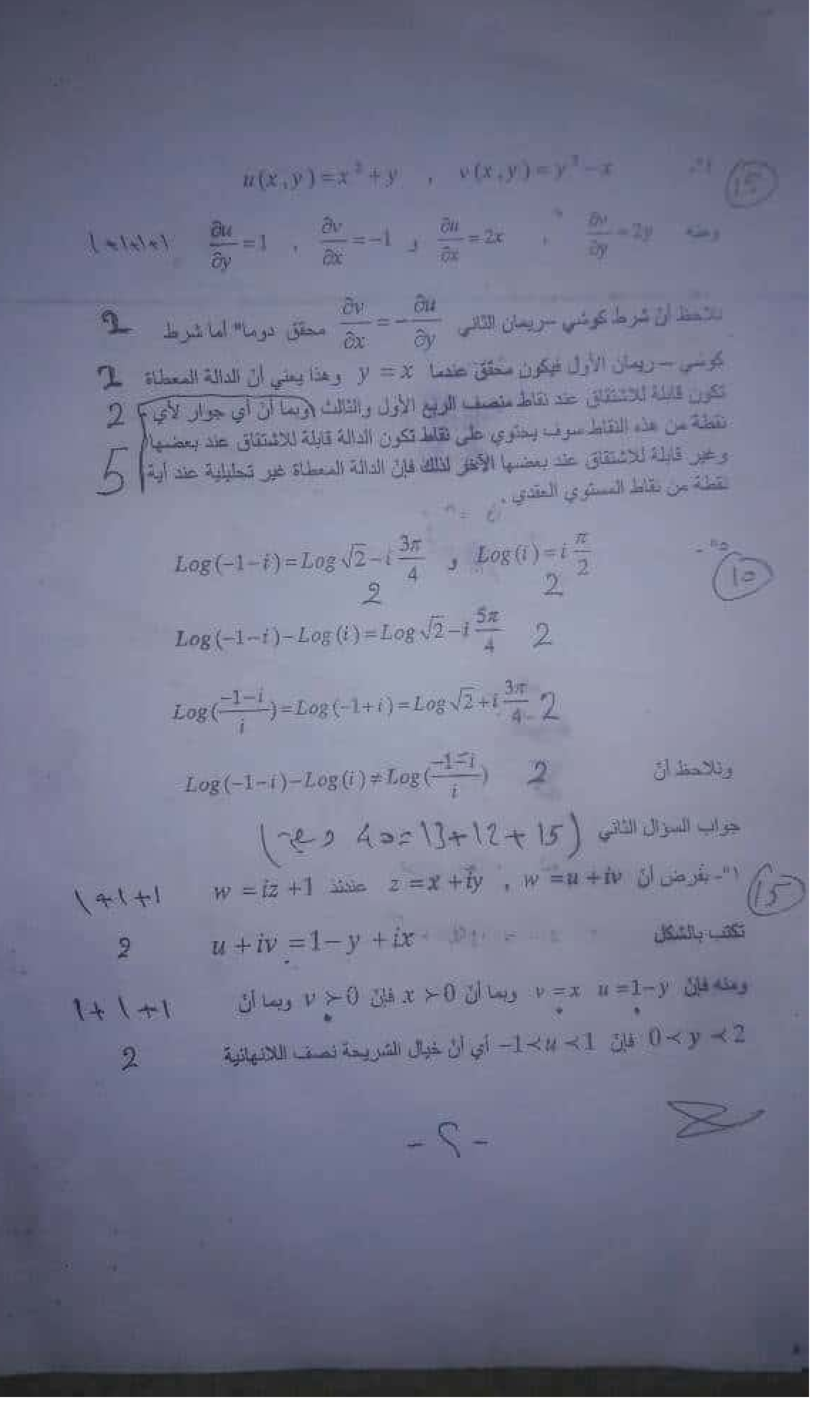
٢- اثبت أن $\int_{-i}^{i} \cos z \, dz = 2i\,sh(1)$

٣- اثبت أن $\oint_{|z|=2} \frac{\cos z}{(z - \frac{\pi}{4})^3} dz = -\frac{i\pi}{\sqrt{2}}$

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر

د. رامز الشيخ فتوح



(15)

$$u(x,y)=x^2+y \quad , \quad v(x,y)=y^2-x$$

ومنه $\frac{\partial v}{\partial y}=2y$ ، $\frac{\partial u}{\partial x}=2x$ و $\frac{\partial v}{\partial x}=-1$ ، $\frac{\partial u}{\partial y}=1$ 　 ١+١+١+١

نلاحظ أن شرط كوشي – ريمان الثاني $\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}$ محقق دوماً" أما شرط 2

كوشي – ريمان الأول فيكون محقق عندما $y=x$ وهذا يعني أن الدالة المعطاة 2

تكون قابلة للاشتقاق عند نقاط منصف الربع الأول والثالث 2 وبما أن أي جوار لأي

نقطة من هذه النقاط سوف يحتوي على نقاط تكون الدالة قابلة للاشتقاق عند بعضها

وغير قابلة للاشتقاق عند بعضها الآخر لذلك فإن الدالة المعطاة غير تحليلية عند أية 5

نقطة من نقاط المستوي العقدي .

(15)

$$Log(-1-i)=Log\sqrt{2}-i\frac{3\pi}{4} \quad و \quad Log(i)=i\frac{\pi}{2}$$

2 　 2

$$Log(-1-i)-Log(i)=Log\sqrt{2}-i\frac{5\pi}{4}$$ 2

$$Log\left(\frac{-1-i}{i}\right)=Log(-1+i)=Log\sqrt{2}+i\frac{3\pi}{4}$$ 2

ونلاحظ أن

$$Log(-1-i)-Log(i)\neq Log\left(\frac{-1-i}{i}\right)$$ 2

جواب السؤال الثاني (15 + 12 + 13 = 40 درجة)

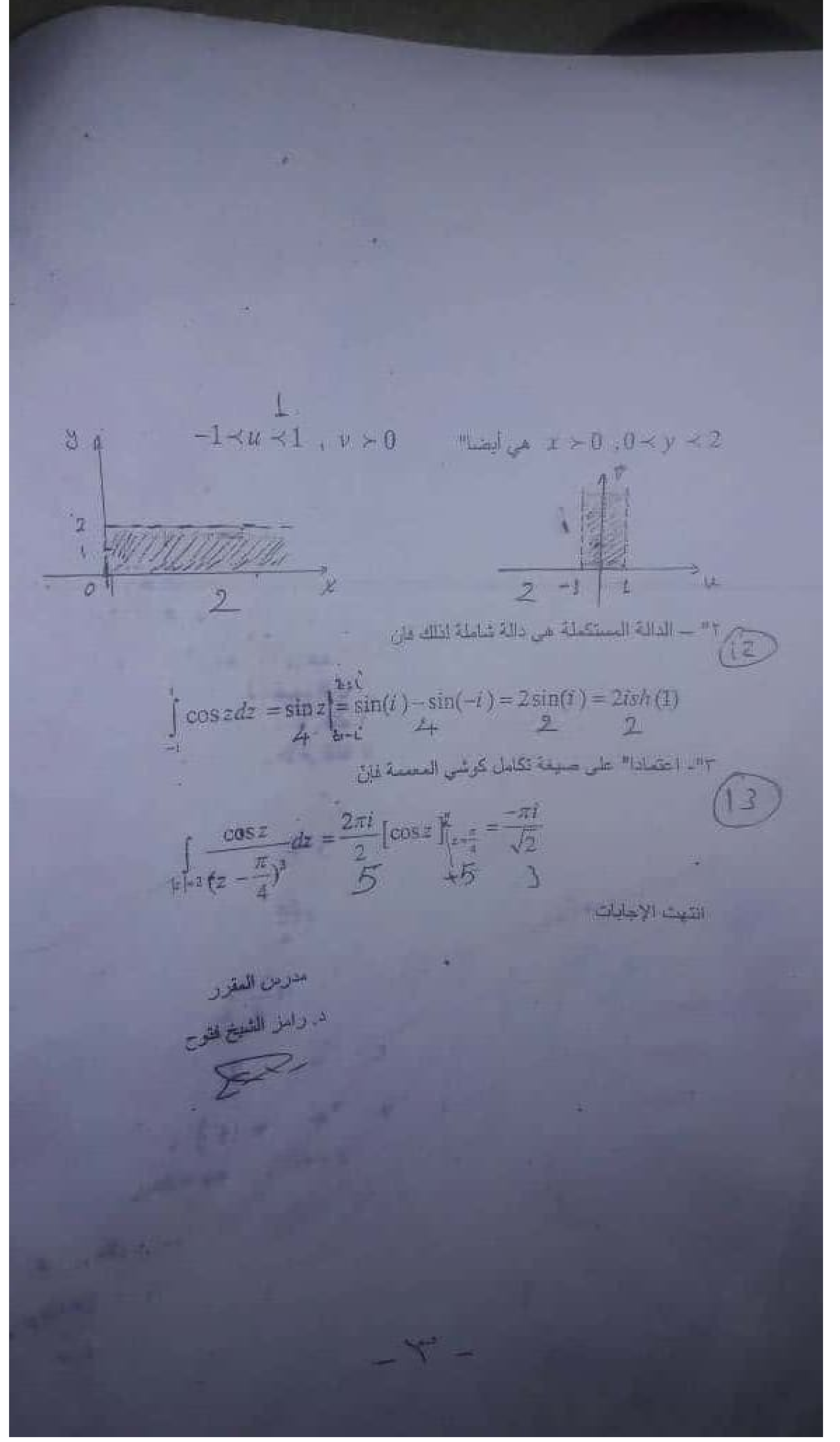
(15) ١- بفرض أن $w=u+iv$ ، $z=x+iy$ عندئذ $w=iz+1$ 　 ١+١+١

تكتب بالشكل

$$u+iv=1-y+ix$$ 2

ومنه فإن $u=1-y$ ، $v=x$ وبما أن $0<x$ فإن $0<v$ وبما أن 　 ١+١+١

$0<y<2$ فإن $-1<u<1$ أي أن خيال الشريحة نصف اللانهائية 　 2


$-1 < u < 1 \ , \ v > 0$ هي أيضاً" $x > 0 \ ; 0 < y < 2$



٢" – الدالة المستكملة هي دالة شاملة لذلك فإن

(12)

$$\int_{-1}^{1} \cos z\,dz = \sin z \Big|_{z=-i}^{z=i} = \sin(i) - \sin(-i) = 2\sin(i) = 2ish(1)$$

4 4 2 2

٣" - اعتماداً" على صيغة تكامل كوشي المعممة فإن

(13)

$$\int_{|z|=2} \frac{\cos z}{(z-\frac{\pi}{4})^3}\,dz = \frac{2\pi i}{2}\left[\cos z\right]''_{z=\frac{\pi}{4}} = \frac{-\pi i}{\sqrt{2}}$$

5 +5 3

انتهت الإجابات

مدرس المقرر

د. رامز الشيخ فتوح